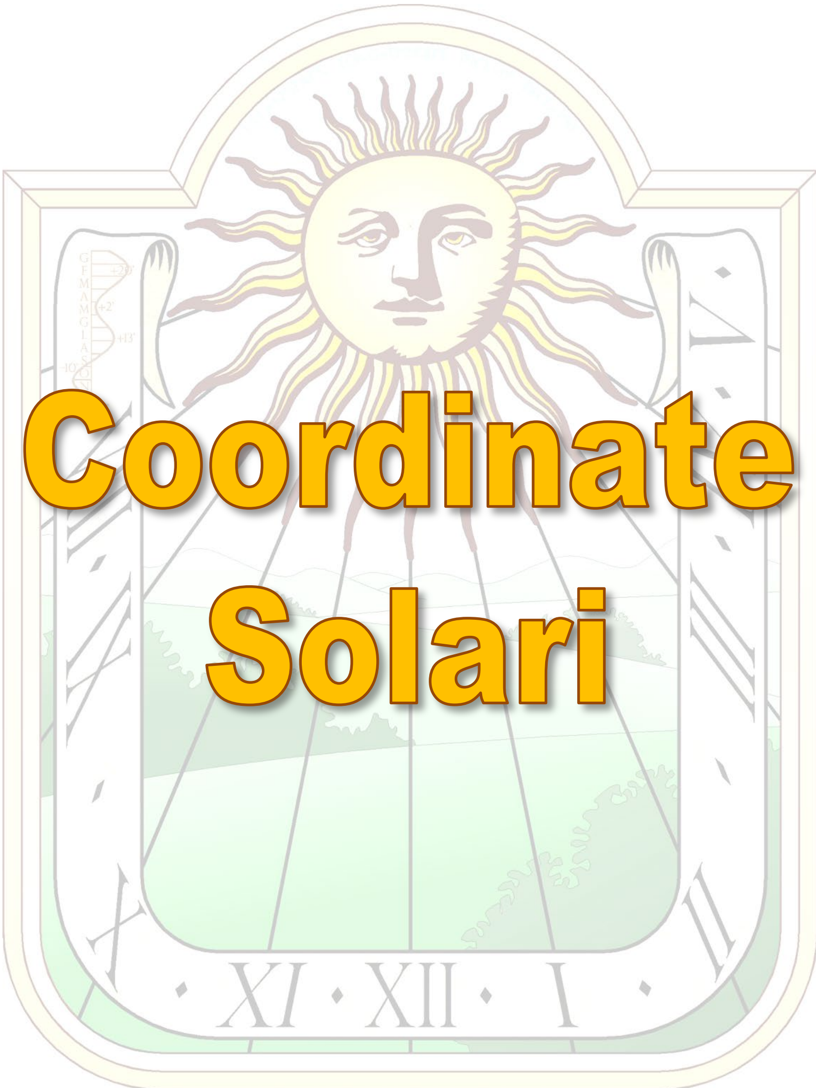

Coordinate Solari

Commentario alle formule del Meeus

a cura di Antonio Giorgi

4ª edizione (28 gennaio 2024)

(antonio.giorgi@arsgnomonica.com)
Osservazioni, suggerimenti, segnalazioni di errori
e di imprecisioni saranno graditi

Premessa

Solo qualche indicazione per garantire la corretta stampa su carta del presente manualetto con Acrobat Reader[1].

Questo documento si sviluppa su pagine pari e dispari, per essere stampato in modalità fronte/retro, cioè su entrambe le facce dei fogli, e presenta perciò margini destro/sinistro differenziati (a seconda che si tratti di una pagina pari o dispari): perciò, dopo aver scelto una buona carta (100 g/m² patinata è l'ideale), al momento di stampare (File > Stampa..., o Ctrl+P) aprire l'elenco Altre opzioni e, accertandosi che *non* sia impostata la stampa in *ordine inverso* (né nel driver della stampante né nelle opzioni del Reader), selezionare dall'elenco Pagine pari o dispari: l'opzione Solo le pagine dispari, stampare, voltare il fascicolo[2], ricaricarlo nell'alimentatore della stampante, quindi stampare Solo le pagine pari.

---

[1] Ci si riferisce ad Adobe Acrobat Reader DC v. 2015: versioni diverse del programma potrebbero mostrare diciture leggermente diverse dei comandi o delle opzioni.

[2] Non capovolgerlo, ruotandolo attorno a uno dei bordi "orizzontali" (superiore o inferiore) ma voltarlo attorno a un bordo "verticale", laterale, come si sfoglia un libro.

Introduzione

Jean Meeus nel suo capolavoro *Astronomical algorithms*[3] al capitolo 25 (*Solar Coordinates*) fornisce le formule per calcolare le *coordinate eclittiche* del Sole, **λ** (*longitudine*) e **β** (*latitudine*), per un qualunque istante nel tempo.

In particolare descrive due metodi: uno, più semplice[4], adatto quando è sufficiente una minor precisione (con un errore massimo di 0.01 gradi), ed uno più articolato, basato sulla teoria planetaria VSOP87[5] (o meglio, su una sua semplificazione), che con una manciata di formule e qualche centinaio di valori numerici (tabulati nel libro) fornisce risultati sensibilmente più precisi, di un fattore pari a qualche decina di volte, rispetto all'altro (in sostanza con un errore massimo di 1 secondo d'arco[6]).

Qui di seguito propongo la traduzione integrale[7] della seconda parte di quel capitolo, relativa al metodo più accurato (*Higher accuracy*), e di stralci dei capitoli coinvolti (anche in questi presentando solo i metodi più precisi, quando offerti in alternativa a quelli più semplici, ma meno accurati, perciò ignorando questi ultimi), necessari per i rimandi, essenzialmente per quanto riguarda le formule impiegate.

Estendendo la trattazione illustro poi anche le procedure descritte dall'autore per calcolare, dalle coordinate eclittiche, attraverso altri capitoli, le *coordinate equatoriali* (e universali) **α** (*ascensione retta*) e **δ** (*declinazione*) ed ancora quelle *orizzontali* (locali) dell'osservatore, **A** (*azimut*) ed **h** (*altezza*), cioè in funzione, oltre che di un istante nel tempo, anche di un luogo sulla Terra, cioè delle coordinate geografiche $\lambda_\oplus$ (*longitudine*)[8] e $\varphi_\oplus$ (*latitudine*), senza trascurare gli effetti della *rifrazione* e della *parallasse*.

L'ordine di esposizione dei capitoli non è quello originale (dove ogni argomento può essere considerato a sé), ma è quello più organico del flusso di calcolo effettivo. Le variabili utilizzate nelle formule sono quelle originali usate dall'autore[9], che ho mantenuto anche quando ricorrono con significati diversi in altrettanti capitoli (come ad esempio D, che indica sia il *giorno del mese* nel Cap. 7 sia l'*elongazione media della Luna dal Sole* nel Cap. 22), non ritenendo che ci fosse ambiguità o rischio di confusione.

Al termine un esempio illustra l'applicazione pratica dei metodi descritti. In questo modo credo di dare al lettore il quadro completo del problema e tutta l'attrezzatura necessaria a risolverlo in modo chiaro e rigoroso.

E proprio riguardo al rigore ed alla precisione offerta dal metodo accurato, e come "valore aggiunto" di questo mio piccolo contributo[10], offro quella che mi sembra una vera "ghiottoneria": i dati numerici *completi* (oltre settemila valori!) della teoria VSOP87, laddove l'autore belga, come spiega nel libro, può fornire, per ovvi motivi tipografici, solo quelli *ridotti* (meno di seicento)[11]. Naturalmente nemmeno io pubblico qui quella mole di dati, per gli stessi motivi che hanno dissuaso Meeus ed il suo editore! Semmai indico, più avanti, come reperirli (informazione che nel libro citato non trovate…)[12].

In questo modo, usando la teoria completa anziché quella semplificata che descrive l'autore (ed usando lo stesso metodo e le stesse formule), la precisione ne guadagna enormemente: si riesce cioè

---

[3] J. Meeus. *Astronomical algorithms*.

[4] Considerando un puro e teorico movimento ellittico della Terra lungo la sua orbita, non tenendo in conto le perturbazioni della Luna e dei pianeti.

[5] La teoria completa VSOP87 include tutti i pianeti del sistema solare. Ovviamente per i nostri scopi si considerano qui i dati della teoria relativi alla sola Terra.

[6] Per epoche comprese tra gli anni −2000 e +6000.

[7] L'unica modifica che apporto è nella grafia dei valori angolari, in cui scrivo il simbolo alla fine, come prevede una specifica normativa ISO: es. 2.2", anziché 2".2 come fa consapevolmente l'autore belga (che lo riconosce nella pagina descrittiva dei simboli – pag. 6 – giustificandolo come una vecchia consuetudine degli astronomi).

[8] Il simbolo ⊕ aggiunto a λ serve unicamente a distinguere la longitudine geografica terrestre dalla longitudine eclittica, indicata nella trattazione seguente con la stessa lettera λ (vedi anche la nota 34). In questa premessa si è aggiunto anche a φ per coerenza.

[9] Tranne che per la *longitudine geografica* nel Cap. 13 (vedi anche la nota 34).

[10] Cioè al di là del semplice lavoro di raccolta e di sintesi, e della traduzione dall'inglese all'italiano.

[11] Sia chiaro che l'unica differenza, come si vedrà, sta nel numero di termini impiegati e nel numero di decimali nei coefficienti: per il resto la struttura e l'impiego dei dati rimangono gli stessi.

[12] Niente di clamoroso, naturalmente! È sufficiente cercare su Internet "VSOP87"…

ad ottenere l'altissima precisione descritta da Meeus all'inizio della trattazione (errori inferiori al centesimo di secondo d'arco, dunque un'accuratezza cento volte maggiore!), precisione alla quale altrimenti si deve rinunciare, ripiegando sui dati ridotti.

Il merito di tutto questo, quindi, oltre che di Pierre Bretagnon e Gerard Francou, che hanno sviluppato la teoria VSOP87, e di Jean Meeus, che l'ha esposta e pubblicata così chiaramente, vanno al *Bureau des Longitudes* (http://www.bureau-des-longitudes.fr/) ed all'*Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Éphémérides* (http://www.imcce.fr/langues/en) di Parigi che hanno reso disponibili i dati completi della teoria, e ad appassionati come Jay Tanner che li hanno raccolti e diffusi in formato digitale.

Alcuni (e solo alcuni…) indirizzi su Internet dove reperire i dati della teoria completa VSOP87 sono:

- Serie VSOP87 sul sito di **ArsGnomonica**[13] (http://www.arsgnomonica.com/VSOP87.rar)
- Serie complete VSOP87 sul sito dell'IMCCE (ftp://ftp.imcce.fr/pub/ephem/planets/vsop87)
- Serie complete VSOP87 e molto altro sul sito **NeoProgrammics** di Jay Tanner (http://www.neoprogrammics.com/index.html)
- Funzioni VSOP87 in Visual Basic di Jay Tanner sul sito **FreeVBcode** (http://www.freevbcode.com/ShowCode.asp?ID=464)
- *continua…*

Nella pagina seguente uno schema illustra il flusso di calcolo[14] per arrivare ad **(A, h)** partendo da **(dd/mm/yyyy**, **hh:mm:ss)**[15] e **($\lambda_\oplus$, $\varphi_\oplus$)**.

Buon lavoro

[13] Limitatamente ai dati per la sola Terra, che sono quelli che ci interessano qui.

[14] Idealmente suddiviso in 8 passi.

[15] La scala temporale da adottare, come si vedrà, è quella costante e regolare del Tempo delle Effemeridi (TE), chiamato altrove anche Tempo Dinamico (TD) o Tempo Terrestre (TT).

Flusso di calcolo

Passo 1 (Cap. 7)

$$f(Y,\ M,\ D,\ h,\ m,\ s)\ \Rightarrow\ JD$$

$$\Downarrow$$

Passo 2 (Cap. 10)

$$f(\text{anno, Tab. 10.A})\ \Rightarrow\ \Delta T$$

$$\Downarrow$$

Passo 3 (Cap. 22)

$$f(JD,\ \Delta T)\ \Rightarrow\ T$$
$$f(T)\ \Rightarrow\ D,\ M,\ M',\ F,\ \Omega$$
$$f(D,\ M,\ M',\ F,\ \Omega,\ \text{Tab. 22.A})\ \Rightarrow\ \Delta\psi,\ \Delta\varepsilon$$
$$f(T)\ \Rightarrow\ U$$
$$f(U)\ \Rightarrow\ \varepsilon_0$$
$$f(\varepsilon_0,\ \Delta\varepsilon)\ \Rightarrow\ \varepsilon$$

$$\Downarrow$$

Passo 4 (Cap. 32)

$$f(JD,\ \Delta T,\ \text{App. III})\ \Rightarrow\ \tau,\ L,\ B,\ R$$

$$\Downarrow$$

Passo 5 (Cap. 25)

$$f(L,\ B)\ \Rightarrow\ \odot,\ \beta$$
$$f(T,\ \odot)\ \Rightarrow\ \lambda',\ \Delta\odot,\ \Delta\beta$$
$$f(\odot,\ \beta,\ \Delta\odot,\ \Delta\beta)\ \Rightarrow\ \odot,\ \beta$$
$$f(\tau)\ \Rightarrow\ \Delta\lambda$$
$$f(\odot,\ \Delta\psi,\ R,\ \Delta\lambda)\ \Rightarrow\ \lambda$$

$$\Downarrow$$

Passo 6 (Cap. 12)

$$f(\tau)\ \Rightarrow\ \theta_0$$
$$f(\theta_0,\ \Delta\psi,\ \varepsilon)\ \Rightarrow\ \theta_0$$

$$\Downarrow$$

Passo 7 (Cap. 13)

$$f(\lambda,\ \beta,\ \varepsilon)\ \Rightarrow\ \alpha,\ \delta$$
$$f(\theta_0,\ \lambda_\oplus,\ \alpha)\ \Rightarrow\ H$$
$$f(H,\ \varphi,\ \delta)\ \Rightarrow\ A,\ h$$

$$\Downarrow$$

Passo 8 (Capp. 16 e 40)

$$f(h)\ \Rightarrow\ \mathrm{R},\ p,\ h$$

(Dal Cap. 7 – *Julian Day* – dove si calcola **JD**)

Capitolo 7
Giorno Giuliano

[…]

Calcolo del JD[16]

Il metodo seguente è valido per anni sia positivi sia negativi, ma non per valori negativi di JD.

Siano Y l'anno, M il numero del mese (1 per gennaio, 2 per febbraio ecc. fino a 12 per dicembre), e D il giorno del mese (con decimali, se occorre[17]) della data del calendario voluta.

- Se $M > 2$, lasciare Y ed M invariati.
- Se $M = 1$ o 2, sostituire Y con $Y - 1$, ed M con $M + 12$.

In altre parole, se la data cade a gennaio o febbraio, è considerata appartenente al 13° o al 14° mese dell'anno precedente.

- Nel calendario *gregoriano*[18], si calcoli[19]

$$A = \left[\frac{Y}{100}\right] \qquad\qquad B = 2 - A + \left[\frac{A}{4}\right]$$

Nel calendario *giuliano*[20], si prenda $B = 0$.

- Il giorno giuliano cercato è perciò

$$\mathrm{JD} = \left[365.25 \cdot (Y + 4716)\right] + \left[30.6001 \cdot (M + 1)\right] + D + B - 1524.5 \tag{7.1}$$

[…]

(Dal Cap. 7 – *Julian Day* – dove si calcola **JD**)

---

[16] Il *giorno giuliano* (JD) è un numero d'ordine progressivo (eventualmente decimale) contato a partire dalle 12^h TU dell'1 gennaio 4713 a.C. (o −4712). Più avanti nella trattazione, nelle formule in cui si calcolano intervalli di tempo, come la (22.1), si usa il JDE, cioè il giorno giuliano delle *effemeridi*, che non è altro che il JD più la correzione ΔT (vedi il Cap. 10). (*N.d.T.*)

[17] I decimali esprimono la parte frazionaria (hh:mm:ss) del giorno: es. 9.5 per le 12:00 del 9 del mese, 7.4424 per le 10:37 del 7 ecc. L'unico accorgimento è ricordare di esprimere l'istante in TU: così nell'esempio precedente le 10:37, di TU (cioè l'ora media di Greenwich), sarebbero, normalmente, le 11:37 in Italia, che diventano le 12:37 durante il periodo in cui vige la cosiddetta "ora legale". Non si trascuri inoltre di considerare anche la data (non solo il giorno, ma a volte anche il mese, ed in certi casi anche l'anno): ad es. le ore 1:35 italiane di un 1° giugno sarebbero in effetti le 23:35 del 31 maggio in TU (1 ora di differenza per il fuso ed 1 per l'ora "legale"), da cui $M = 5$ e $D = 31.9826$. (*N.d.T.*)

[18] Per date (in Italia e nei paesi cattolici) dal 15 ottobre 1582 (incluso) in poi. (*N.d.T.*)

[19] La funzione $[\ ]$ rappresenta la parte intera di un numero. A seconda dei contesti (computer, calcolatrici, linguaggi ecc.) la funzione *parte intera* può dare risultati diversi coi numeri negativi, ad esempio $[-2.8] = -3$, anziché il −2 che ci si aspetterebbe; perciò programmando, ad esempio con Visual Basic, è preferibile usare, anziché la funzione *Int*, la funzione *Fix*. (*N.d.T.*)

[20] Per date (in Italia e nei paesi cattolici) fino al 4 ottobre 1582 (incluso). (*N.d.T.*)

(Dal Cap. 10 – *Dynamical Time and Universal Time* – dove si calcola **ΔT**)

Capitolo 10
Tempo Dinamico e Tempo Universale

Il Tempo Universale (TU) […] si basa sulla rotazione della Terra. Il TU è necessario per la vita civile e per quei calcoli astronomici in cui intervengono angoli orari locali. […]

La Terra, però, sta sostanzialmente rallentando la sua rotazione. Per di più lo sta facendo in modo irregolare ed imprevedibile. Per questo il TU non è un tempo uniforme.

Gli astronomi, comunque sia, hanno bisogno di una scala temporale uniforme per i loro calcoli più accurati (meccanica celeste, orbite, effemeridi). Dal 1960 al 1983 nei principali almanacchi astronomici come l'*Astronomical Ephemeris* si è usata la scala temporale uniforme nota come *Tempo delle Effemeridi* (TE), definita dalle leggi della dinamica e che si basava sui moti planetari. Nel 1984 il TE fu sostituito dal *Tempo Dinamico*[21], scandito dagli orologi atomici. […]

L'esatto valore della differenza $\Delta T = \mathrm{TD} - \mathrm{TU}$ si può ricavare soltanto dalle osservazioni. La Tabella 10.A fornisce il valore di ΔT per l'*inizio* di alcuni anni. […]

Per […] epoche fuori dall'intervallo di tempo della Tabella 10.A si può calcolare un valore *approssimativo* di ΔT (in *secondi*) per mezzo delle seguenti espressioni, dovute a Chapront e Francou:

Sia t il tempo misurato in secoli dall'epoca 2000.0 ($t < 0$ prima del 2000), cioè

$$t = \frac{\text{anno} - 2000}{100}$$

Quindi, prima dell'anno +948

$$\Delta T = 2177 + 497 \cdot t + 44.1 \cdot t^2 \tag{10.1}$$

Dal +948 al +1600 e dopo l'anno +2000

$$\Delta T = 102 + 102 \cdot t + 25.3 \cdot t^2 \tag{10.2}$$

Comunque, per evitare una discontinuità all'anno 2000, si raccomanda di applicare la correzione $+0.37 \times (\text{anno} - 2100)$ per gli anni tra il 2000 e il 2100[22].

[…]

Eccettuato il periodo 1871-1901[23], un istante espresso in TU scocca *dopo* l'istante espresso in TD con lo stesso valore numerico. Ad esempio, 1990 Gennaio 27, 0^h TU è scoccato 57 secondi più tardi di 1990 Gennaio 27, 0^h TD. […]

---

[21] Poi ribattezzato *Tempo Terrestre* (TT). (*N.d.T.*)

[22] Per calcolare, o meglio "stimare", valori di ΔT in epoche anche molto lontane nel passato o nel futuro, oltre il periodo considerato qui da Meeus, si possono usare le formule pubblicate nel sito NASA Eclipse Web Site, alla pagina "Polynomial Expressions for Delta T" (http://eclipse.gsfc.nasa.gov/SEcat5/deltatpoly.html), in cui si forniscono le espressioni per coprire il periodo dal 2000 a.C. al 3000 d.C. (*N.d.T.*)

[23] Non sarà fino al 1902?... (*N.d.T.*)

TABELLA 10.A

ΔT=TD−TU (in secondi) per l'inizio di alcuni anni

anno	ΔT	*anno*	ΔT	*anno*	ΔT	*anno*	ΔT	*anno*	ΔT
1620	+121	1700	+7	1780	+16	1860	+7.7	1940	+24.3
1622	112	1702	7	1782	16	1862	7.3	1942	25.3
1624	103	1704	8	1784	16	1864	6.2	1944	26.2
1626	95	1706	8	1786	16	1866	5.2	1946	27.3
1628	88	1708	9	1788	16	1868	2.7	1948	28.2
1630	+82	1710	+9	1790	+16	1870	+1.4	1950	+29.1
1632	77	1712	9	1792	15	1872	−1.2	1952	30.0
1634	72	1714	9	1794	15	1874	−2.8	1954	30.7
1636	68	1716	9	1796	14	1876	−3.8	1956	31.4
1638	63	1718	10	1798	13	1878	−4.8	1958	32.2
1640	+60	1720	+10	1800	+13.1	1880	5.5	1960	+33.1
1642	56	1722	10	1802	12.5	1882	−5.3	1962	34.0
1644	53	1724	10	1804	12.2	1884	−5.6	1964	35.0
1646	51	1726	10	1806	12.0	1886	−5.7	1966	36.5
1648	48	1728	10	1808	12.0	1888	−5.9	1968	38.3
1650	+46	1730	+10	1810	+12.0	1890	−6.0	1970	+40.2
1652	44	1732	10	1812	12.0	1892	−6.3	1972	42.2
1654	42	1734	11	1814	12.0	1894	−6.5	1974	44.5
1656	40	1736	11	1816	12.0	1896	−6.2	1976	46.5
1658	38	1738	11	1818	11.9	1898	−4.7	1978	48.5
1660	+35	1740	+11	1820	+11.6	1900	−2.8	1980	+50.5
1662	33	1742	11	1822	11.0	1902	−0.1	1982	52.2
1664	31	1744	12	1824	10.2	1904	+2.6	1984	53.8
1666	29	1746	12	1826	9.2	1906	5.3	1986	54.9
1668	26	1748	12	1828	8.2	1908	7.7	1988	55.8
1670	+24	1750	+12	1830	+7.1	1910	+10.4	1990	+56.9
1672	22	1752	13	1832	6.2	1912	13.3	1992	58.3
1674	20	1754	13	1834	5.6	1914	16.0	1994	60.0
1676	18	1756	13	1836	5.4	1916	18.2	1996	61.6
1678	16	1758	14	1838	5.3	1918	20.2	1998	63.0
1680	+14	1760	+14	1840	+5.4	1920	+21.1		
1682	12	1762	14	1842	5.6	1922	22.4		
1684	11	1764	14	1844	5.9	1924	23.5		
1686	10	1766	15	1846	6.2	1926	23.8		
1688	9	1768	15	1848	6.5	1928	24.3		
1690	+8	1770	+15	1850	+6.8	1930	+24.0		
1692	7	1772	15	1852	7.1	1932	23.9		
1694	7	1774	15	1854	7.3	1934	23.9		
1696	7	1776	16	1856	7.5	1936	23.7		
1698	7	1778	16	1858	7.6	1938	24.0		

[…]

(Dal Cap. 10 – *Dynamical Time and Universal Time* – dove si calcola **ΔT**)

Capitolo 22
Nutazione ed Obliquità dell'Eclittica

La nutazione […] è un'oscillazione periodica dell'asse di rotazione della Terra intorno alla sua posizione "media".

[…] Per comodità si considera la nutazione il risultato di una componente parallela all'eclittica e di una ad essa perpendicolare. La componente lungo l'eclittica è indicata con $\Delta\psi$ ed è chiamata *nutazione in longitudine*; essa influisce sulla longitudine celeste di tutti gli astri. La componente perpendicolare all'eclittica è indicata con $\Delta\varepsilon$ ed è chiamata *nutazione in obliquità* poiché influenza l'obliquità dell'equatore sull'eclittica. La nutazione non agisce sulla latitudine celeste degli astri.

Le quantità $\Delta\psi$ e $\Delta\varepsilon$ sono necessarie per calcolare la posizione apparente di un corpo celeste ed il tempo siderale apparente. Per ogni istante dato si possono calcolare $\Delta\psi$ e $\Delta\varepsilon$ nel modo seguente.

Trovate il tempo T, misurato in secoli giuliani dall'epoca J2000.0 (JDE 2451545.0),

$$T = \frac{\mathrm{JDE} - 2451545}{36525} \tag{22.1}$$

dove JDE è il giorno giuliano delle effemeridi […][24]. Quindi calcolate gli angoli seguenti, espressi in gradi e decimali. […]
Elongazione media della Luna dal Sole:

$$D = 297.85036° + 445267.111480° \cdot T - 0.0019142° \cdot T^2 + 1°/189474 \cdot T^3$$

Anomalia media del Sole (Terra):

$$M = 357.52772° + 35999.050340° \cdot T - 0.0001603° \cdot T^2 - 1°/300000 \cdot T^3$$

Anomalia media della Luna:

$$M' = 134.96298° + 477198.867398° \cdot T + 0.0086972° \cdot T^2 + 1°/56250 \cdot T^3$$

Argomento di latitudine della Luna:

$$F = 93.27191° + 483202.017538 \cdot T - 0.0036825 \cdot T^2 + 1°/327270 \cdot T^3$$

Longitudine del nodo ascendente dell'orbita media della Luna sull'eclittica, misurata dall'equinozio medio della data:

$$\Omega = 125.04452° - 1934.136261° \cdot T + 0.0020708° \cdot T^2 + 1°/450000 \cdot T^3$$

Le nutazioni in longitudine ($\Delta\psi$) e in obliquità ($\Delta\varepsilon$) si ottengono quindi facendo la somma dei termini forniti nella Tabella 22.A, dove i coefficienti sono espressi in unità di 0.0001". Questi termini sono quelli della "1980 IAU Theory of Nutation" [2] dove, però, abbiamo tralasciato i termini con coefficienti minori di 0.0003". L'argomento di ogni seno (per $\Delta\psi$) e coseno (per $\Delta\varepsilon$) è una combinazione lineare dei cinque argomenti fondamentali D, M, M', F ed Ω. Ad esempio, l'argomento della seconda riga è $-2D + 2F + 2\Omega$.
[…]

[24] È il JD calcolato con la (7.1) e corretto con ΔT (vedi il Cap. 10). (*N.d.T.*)

TABELLA 22.A

Termini periodici per la nutazione in longitudine ($\Delta\psi$) ed in obliquità ($\Delta\varepsilon$). Le unità sono 0.0001".

Argomento multiplo di					$\Delta\psi$ Coefficiente del seno dell'argomento		$\Delta\varepsilon$ Coefficiente del coseno dell'argomento	
D	M	M'	F	Ω				
0	0	0	0	1	−171996	−174.2T	+92025	+8.9T
−2	0	0	2	2	−13187	−1.6T	+5736	−3.1T
0	0	0	2	2	−2274	−0.2T	+977	−0.5T
0	0	0	0	2	+2062	+0.2T	−895	+0.5T
0	1	0	0	0	+1426	−3.4T	+54	−0.1T
0	0	1	0	0	+712	+0.1T	−7	
−2	1	0	2	2	−517	+1.2T	+224	−0.6T
0	0	0	2	1	−386	−0.4T	+200	
0	0	1	2	2	−301		+129	−0.1T
−2	−1	0	2	2	+217	−0.5T	−95	+0.3T
−2	0	1	0	0	−158			
−2	0	0	2	1	+129	+0.1T	−70	
0	0	−1	2	2	+123		−53	
2	0	0	0	0	+63			
0	0	1	0	1	+63	+0.1T	−33	
2	0	−1	2	2	−59		+26	
0	0	−1	0	1	−58	−0.1T	+32	
0	0	1	2	1	−51		+27	
−2	0	2	0	0	+48			
0	0	−2	2	1	+46		−24	
2	0	0	2	2	−38		+16	
0	0	2	2	2	−31		+13	
0	0	2	0	0	+29			
−2	0	1	2	2	+29		−12	
0	0	0	2	0	+26			
−2	0	0	2	0	−22			
0	0	−1	2	1	+21		−10	
0	2	0	0	0	+17	−0.1T		
2	0	−1	0	1	+16		−8	
−2	2	0	2	2	−16	+0.1T	+7	
0	1	0	0	1	−15		+9	
−2	0	1	0	1	−13		+7	
0	−1	0	0	1	−12		+6	
0	0	2	−2	0	+11			
2	0	−1	2	1	−10		+5	
2	0	1	2	2	−8		+3	
0	1	0	2	2	+7		−3	
−2	1	1	0	0	−7			
0	−1	0	2	2	−7		+3	
2	0	0	2	1	−7		+3	
2	0	1	0	0	+6			
−2	0	2	2	2	+6		−3	
−2	0	1	2	1	+6		−3	
2	0	−2	0	1	−6		+3	
2	0	0	0	1	−6		+3	
0	−1	1	0	0	+5			
−2	−1	0	2	1	−5		+3	

−2	0	0	0	1	−5	+3
0	0	2	2	1	−5	+3
−2	0	2	0	1	+4	
−2	1	0	2	1	+4	
0	0	1	−2	0	+4	
−1	0	1	0	0	−4	
−2	1	0	0	0	−4	
1	0	0	0	0	−4	
0	0	1	2	0	+3	
0	0	−2	2	2	−3	
−1	−1	1	0	0	−3	
0	1	1	0	0	−3	
0	−1	1	2	2	−3	
2	−1	−1	2	2	−3	
0	0	3	2	2	−3	
2	−1	0	2	2	−3	

L'obliquità dell'eclittica

L'obliquità dell'eclittica, o inclinazione dell'asse di rotazione della Terra, è l'angolo tra l'equatore e l'eclittica. Si distingue tra l'obliquità *media* e quella *vera*, secondo gli angoli che l'eclittica forma con l'equatore medio e con quello vero (istantaneo), rispettivamente. In altre parole, l'aggettivo *media* indica che non è stata considerata la correzione per la nutazione.

L'obliquità media dell'eclittica è data dalla seguente formula, […] dovuta a Laskar [3]. Qui U è il tempo misurato in unità di 10000 anni giuliani da J2000.0, o $U = T/100$.

$$\begin{aligned}\varepsilon_0 = 23°26'21.448'' &- 4680.93'' \cdot U \\ &- 1.55'' \cdot U^2 \\ &+ 1999.25'' \cdot U^3 \\ &- 51.38'' \cdot U^4 \\ &- 249.67'' \cdot U^5 \\ &- 39.05'' \cdot U^6 \\ &+ 7.12'' \cdot U^7 \\ &+ 27.87'' \cdot U^8 \\ &+ 5.79'' \cdot U^9 \\ &+ 2.45'' \cdot U^{10}\end{aligned} \tag{22.3}$$

Si stima che la precisione di quest'espressione sia di 0.01" dopo 1000 anni (cioè tra il 1000 ed il 3000 d.C.) e di pochi secondi d'arco dopo 10000 anni.

È importante sottolineare che la formula (22.3) è valida solo per un periodo di 10000 anni prima o dopo di J2000.0, cioè per $|U| < 1$. Per $U = +2.834$, ad esempio, la formula fornirebbe $\varepsilon_0 = 90°$, un risultato completamente errato!

[…]

L'obliquità *vera* dell'eclittica è $\varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon$, dove $\Delta\varepsilon$ è la nutazione in obliquità.

[…]

(Dal Cap. 22 – *Nutation and the Obliquity of the Ecliptic* – dove si calcolano **T**, **D**, **M**, **M'**, **F**, **Ω**, **Δψ**, **Δε**, **U**, **ε_0** ed **ε**)

(Dal Cap. 32 – *Positions of the Planets* – dove si calcolano **τ** ed **L**, **B** ed **R** per la Terra)

Capitolo 32
Posizione dei Pianeti

[…] nell'Appendice III forniamo i termini periodici più importanti tratti dalla teoria VSOP87[25]. Per ogni pianeta vengono fornite le serie L0, L1, L2, …, B0, B1, …, R0, R1, …

Le serie L0, L1, … sono necessarie per calcolare la longitudine eclittica eliocentrica *L* del pianeta, le serie B0, B1, … sono necessarie per la latitudine eclittica *B*, e le serie R0, R1, … per il raggio vettore *R*.

Ogni riga orizzontale della lista costituisce un termine periodico e contiene quattro numeri[26]:

– il numero corrente del termine nella serie. *Non* è richiesto nel calcolo effettivo ed è presente solo a scopo di riferimento;
– tre numeri che chiameremo qui *A*, *B* e *C*, rispettivamente.

Sia JDE il giorno giuliano delle effemeridi corrispondente all'istante voluto[27]. Calcolate il tempo τ misurato in millenni giuliani dall'epoca J2000.0

$$\tau = \frac{\mathrm{JDE} - 2451545.0}{365250} \tag{32.1}$$

Il valore di ogni termine è dato da

$$A \cdot \cos\left(B + C \cdot \tau\right)$$

[…]

Nelle liste dell'Appendice III le quantità *B* e *C* sono espresse in *radianti*. I coefficienti *A* sono in unità di 10^{-8} radianti nel caso della longitudine e della latitudine, in unità di 10^{-8} unità astronomiche per il raggio vettore.

Quando un coefficiente *A* ha meno decimali, allora sono attribuiti meno decimali anche ai *B* e *C* corrispondenti. Questo al solo scopo di evitare la digitazione di cifre inutili che non influenzerebbero il risultato.

Per ottenere la longitudine eclittica eliocentrica *L* di un pianeta ad un istante dato, riferito all'equinozio medio della data, procedete come segue. Calcolate la somma *L0* dei termini della serie L0, la somma *L1* dei termini della serie L1 ecc. La longitudine richiesta in radianti è data quindi da

$$L = \left(L0 + L1 \cdot \tau + L2 \cdot \tau^2 + L3 \cdot \tau^3 + L4 \cdot \tau^4 + L5 \cdot \tau^5\right) / 10^8 \tag{32.2}$$

Procedete in modo analogo per la latitudine eliocentrica *B* e per il raggio vettore *R*.

[…]

(Dal Cap. 32 – *Positions of the Planets* – dove si calcolano **τ** ed **L**, **B** ed **R** per la Terra)

---

[25] Le serie che mettiamo a disposizione noi, invece, come descritto nell'*Introduzione*, sono quelle complete, con oltre 7200 coefficienti per la Terra. (*N.d.T.*)

[26] La struttura delle varie raccolte che trovate in rete può essere leggermente diversa: in tutte sono comunque presenti i tre coefficienti fondamentali, qui chiamati *A*, *B* e *C*, necessari ai calcoli, normalmente gli ultimi (o unici, come nel file "EARTH_LBR.data", che trovate nel nostro sito: http://www.arsgnomonica.com/VSOP87.rar) di ciascuna riga. Ad esempio, i tre coefficienti *A*, *B* e *C* del secondo termine di *L0* sono: 0.03341656456, 4.66925680417 e 6283.07584999140. (*N.d.T.*)

[27] È il JD calcolato con la (7.1) e corretto con ΔT (vedi il Cap. 10). (*N.d.T.*)

(Dal Cap. 25 – *Solar Coordinates* – dove si calcolano ☉, β, λ', Δ☉, Δβ, Δλ e λ)

Capitolo 25
Coordinate Solari

[…]

Precisione maggiore

Nel loro libro *Planetary Programs and Tables from −4000 to +2800* (Wilmann[28]-Bell, Richmond; 1986), Bretagnon e Simon propongono un metodo per il calcolo della longitudine del Sole con un'accuratezza sufficiente per molte applicazioni. Il loro metodo fornisce una precisione di 0.0006 gradi (2.2") tra gli anni 0 e +2800, e di 0.0009 gradi (3.2") tra il −4000 ed il +8000, nonostante usi solo 49 termini periodici.

Usando la teoria VSOP87 completa (vedi il Capitolo 32), si ottiene una precisione altissima, migliore di 0.01 secondi d'arco […]. […]

Ricavando […] i dati per la *Terra*, se ne calcolino la longitudine eliocentrica *L*, la latitudine *B*, ed il raggio vettore *R* per l'istante voluto, come spiegato nel Capitolo 32. […]

Per ottenere la longitudine ☉ e la latitudine β *geocentriche* del Sole, aggiungere 180° (o π radianti) ad *L*, e cambiare il segno di *B*:

$$\odot = L + 180^\circ, \qquad \beta = -B$$

Conversione al sistema FK5. – La longitudine ☉ e la latitudine β del Sole così ottenute sono riferite all'eclittica ed all'equinozio *dinamici* medi della data definita dalla teoria planetaria VSOP di P. Bretagnon. Questo contesto di riferimento differisce leggermente dal sistema standard FK5 menzionato nel Capitolo 21. La conversione di ☉ e β al sistema FK5 si può attuare nel modo seguente, dove T è il tempo in secoli dal 2000.0, o $T = 10 \cdot \tau$.

Si calcoli

$$\lambda' = \odot - 1.397^\circ \cdot T - 0.00031^\circ \cdot T^2$$

Le correzioni a ☉ e β sono quindi

$$\begin{aligned} \Delta\odot &= -0.09033'' \\ \Delta\beta &= +0.03916'' \cdot \left(\cos\lambda' - \sin\lambda'\right) \end{aligned} \tag{25.9}$$

[…]

Posizione apparente del Sole. – La longitudine ☉ del Sole così ottenuta è la longitudine vera ("geometrica") del Sole riferita all'equinozio medio della data. Per ottenere la longitudine apparente λ, si dovranno considerare gli effetti della nutazione e dell'aberrazione.

Per la nutazione, semplicemente si aggiunga a ☉ la nutazione in longitudine $\Delta\psi$ (Capitolo 22). […]

Quando è richiesta un'accuratezza molto alta […] si può ricavare la correzione per l'aberrazione alla longitudine del Sole nel modo seguente. Si trovi la variazione Δλ della longitudine solare, in secondi d'arco al giorno, come spiegato sotto. La correzione per l'aberrazione è perciò

$$-0.005775518 \cdot R \cdot \Delta\lambda \tag{25.11}$$

[28] Sic. (*N.d.T.*)

dove R è […] il raggio vettore del Sole in unità astronomiche. La costante numerica è il tempo-luce[29] per la distanza unitaria, in giorni (= 8.3 minuti).

Una volta corretta la longitudine del Sole per la nutazione e l'aberrazione, abbiamo ottenuto la *longitudine apparente* λ del Sole. La longitudine apparente λ e la latitudine β del Sole possono essere trasformate in ascensione retta α e declinazione δ apparenti per mezzo delle formule (13.3) e (13.4), dove ε è l'obliquità vera dell'eclittica, cioè affetta dalla nutazione in obliquità $\Delta\varepsilon$.

La variazione $\Delta\lambda$ della longitudine geocentrica del Sole, in secondi d'arco al giorno, nel sistema di riferimento fisso J2000.0, si può ottenere mediante la formula riportata più avanti, dove τ è il tempo in millenni da J2000.0 (come nel Capitolo 32), e gli argomenti dei seni sono espressi in *gradi* e decimali.

In quell'espressione si sono mantenuti solo i più importanti termini periodici. Di conseguenza il risultato non sarà rigoroso, mantenendosi l'errore in $\Delta\lambda$ entro gli 0.1". Se si usa il valore risultante di $\Delta\lambda$ per calcolare l'aberrazione del Sole mediante la (25.11), l'errore sarà inferiore a 0.001".

[…]

[29] Il *tempo-luce* τ_A (chiamato anche *equazione della luce*) è per definizione il tempo che la luce impiega a percorrere la *distanza unitaria* A (detta anche *unità astronomica*, e considerata anche, impropriamente, la distanza *media* Sole-Terra). Poiché la luce viaggia nel vuoto a 299792.458 km/s ed A vale 149597870.691 km, allora $\tau_A = 499.004782^s$, cioè circa 8.3^m. (*N.d.T.*)

Variazione giornaliera, in secondi d'arco, della longitudine geocentrica del Sole in un sistema di riferimento fisso

Il tempo τ si misura da J2000.0
(JDE 2451 545.0) in millenni giuliani.

Gli argomenti dei seni sono espressi in gradi.

$$
\begin{aligned}
\Delta\lambda = {} & 3548.193 \\
& +118.568 \cdot \sin(87.5287 + 359993.7286 \cdot \tau) \\
& +2.476 \cdot \sin(85.0561 + 719987.4571 \cdot \tau) \\
& +1.376 \cdot \sin(27.8502 + 4452671.1152 \cdot \tau) \\
& +0.119 \cdot \sin(73.1375 + 450368.8564 \cdot \tau) \\
& +0.114 \cdot \sin(337.2264 + 329644.6718 \cdot \tau) \\
& +0.086 \cdot \sin(222.5400 + 659289.3436 \cdot \tau) \\
& +0.078 \cdot \sin(162.8136 + 9224659.7915 \cdot \tau) \\
& +0.054 \cdot \sin(82.5823 + 1079981.1857 \cdot \tau) \\
& +0.052 \cdot \sin(171.5189 + 225184.4282 \cdot \tau) \\
& +0.034 \cdot \sin(30.3214 + 4092677.3866 \cdot \tau) \\
& +0.033 \cdot \sin(119.8105 + 337181.4711 \cdot \tau) \\
& +0.023 \cdot \sin(247.5418 + 299295.6151 \cdot \tau) \\
& +0.023 \cdot \sin(325.1526 + 315559.5560 \cdot \tau) \\
& +0.021 \cdot \sin(155.1241 + 675553.2846 \cdot \tau) \\
& +7.311 \cdot \tau \cdot \sin(333.4515 + 359993.7286 \cdot \tau) \\
& +0.305 \cdot \tau \cdot \sin(330.9814 + 719987.4571 \cdot \tau) \\
& +0.010 \cdot \tau \cdot \sin(328.5170 + 1079981.1857 \cdot \tau) \\
& +0.309 \cdot \tau^2 \cdot \sin(241.4518 + 359993.7286 \cdot \tau) \\
& +0.021 \cdot \tau^2 \cdot \sin(205.0482 + 719987.4571 \cdot \tau) \\
& +0.004 \cdot \tau^2 \cdot \sin(297.8610 + 4452671.1152 \cdot \tau) \\
& +0.010 \cdot \tau^3 \cdot \sin(154.7066 + 359993.7286 \cdot \tau)
\end{aligned}
$$

I termini periodici in cui τ ha i coefficienti 359993.7, 719987, o 1079981, sono dovuti all'eccentricità dell'orbita terrestre. I termini con 4452671, 9224660, o 4092677 sono dovuti all'azione della Luna; quelli con 450369, 225184, 315560, o 675553 sono dovuti a Venere; quelli con 329645, 659289, o 299296 sono dovuti a Giove; infine, il termine con 337181 è dovuto all'azione di Marte.

[…]

(Dal Cap. 25 – *Solar Coordinates* – dove si calcolano **☉**, **β**, **λ'**, **Δ☉**, **Δβ**, **Δλ** e **λ**)

(Dal Cap. 12 – *Sidereal Time at Greenwich* – dove si calcola θ_0)

Capitolo 12
Tempo Siderale a Greenwich

Chiameremo […] θ_0 il tempo siderale a Greenwich in un qualsiasi istante dato TU.
[…]
Il tempo siderale medio a Greenwich, espresso in *gradi*, si può […] calcolare direttamente per qualunque istante nel modo seguente. Se JD è il giorno giuliano corrispondente a quell'istante in TU (non necessariamente le 0^h), trovate T con la formula (12.1)[30], quindi

$$\begin{aligned}\theta_0 = 280.46061837° + 360.98564736629° \cdot (\mathrm{JD} - 2451545.0) \\ +0.000387933° \cdot T^2 - 1°/38710000 \cdot T^3\end{aligned} \tag{12.4}$$

Se è richiesta una grande precisione, questa formula richiede l'uso di un linguaggio di programmazione che lavori con un numero sufficientemente alto di cifre decimali.

Il tempo siderale ottenuto con la formula […] (12.4) è il tempo siderale *medio*, cioè l'angolo orario a Greenwich del punto vernale medio (l'intersezione dell'eclittica della data con l'equatore medio della data).

Il tempo siderale *apparente*, o angolo orario a Greenwich dell'equinozio vernale vero, si ottiene aggiungendo la correzione $\Delta\psi \cdot \cos\varepsilon$, dove $\Delta\psi$ è la nutazione in longitudine, ed ε l'obliquità vera dell'eclittica (vedi il Capitolo 22). Questa correzione per la nutazione si chiama *nutazione in ascensione retta* o *equazione degli equinozi*. Essendo $\Delta\psi$ una quantità assai piccola, il valore di ε può essere qui arrotondato ai 10" più vicini[31].

Se $\Delta\psi$ è espresso in secondi d'arco (secondi di grado), la correzione in secondi di tempo è

$$\frac{\Delta\psi \cdot \cos\varepsilon}{15}$$

[…]

(Dal Cap. 12 – *Sidereal Time at Greenwich* – dove si calcola θ_0)

[30] $T = \dfrac{\mathrm{JD} - 2451545.0}{36525}$, simile alla (22.1), ma senza considerare ΔT. (*N.d.T.*)

[31] Oltre ad indicare la possibilità di un simile arrotondamento, l'autore più avanti, commentando un esempio, fa pure notare che mentre θ_0 viene qui calcolato basandosi sul Tempo Universale, le grandezze stesse coinvolte nella correzione, $\Delta\psi$ ed ε, sono calcolate basandosi sul Tempo Dinamico, con una differenza funzione di ΔT da dover quindi teoricamente considerare, giustificandone però al tempo stesso l'omissione essendo infinitesimale la variazione di $\Delta\psi$ nell'intervallo ΔT. (*N.d.T.*)

(Dal Cap. 13 – *Transformation of Coordinates* – dove si calcolano **α**, **δ**, **H**, **A** e **h**)

Capitolo 13
Trasformazione di Coordinate

Useremo i seguenti simboli:

α = ascensione retta. Questa quantità viene generalmente espressa in ore, minuti e secondi di tempo, andando perciò prima convertita in gradi (e decimali) e quindi, se necessario, in radianti, prima di essere usata in una formula. Viceversa, se α è stata ottenuta da una formula in un linguaggio di programmazione, sarà espressa o in radianti o in gradi; può essere allora convertita in ore dividendo i gradi per 15, ed ancora, se necessario, in ore, minuti e secondi;
δ = declinazione, positiva se a nord dell'equatore celeste, negativa se a sud;
[…]
λ = longitudine eclittica (o celeste), misurata dall'equinozio vernale lungo l'eclittica;
β = latitudine eclittica (o celeste), positiva se a nord dell'eclittica, negativa se a sud;
[…]
h = altezza, positiva sopra all'orizzonte, negativa sotto;
A = azimut, misurato da sud verso ovest. […]
ε = obliquità dell'eclittica; è l'angolo tra l'eclittica e l'equatore celeste. La formula (22.2) dà l'obliquità media dell'eclittica[32]. Se però si usano l'ascensione retta e la declinazione *apparenti* (cioè affette dall'aberrazione e dalla nutazione), allora si dovrebbe usare l'obliquità vera $\varepsilon + \Delta\varepsilon$ (vedi il Capitolo 22)[33]. […]
φ = latitudine dell'osservatore, positiva se nell'emisfero nord, negativa in quello sud;
H = angolo orario locale, misurato da sud verso ovest.

Se θ è il tempo siderale locale, θ_0 il tempo siderale a Greenwich, e $\lambda_\oplus$ la longitudine[34] dell'osservatore (positiva ad est di Greenwich, negativa ad ovest[35]), allora si può calcolare l'angolo orario locale da

$$H = \theta - \alpha \qquad \text{o} \qquad H = \theta_0 + \lambda_\oplus - \alpha$$

Se α è affetta dalla nutazione, allora anche il tempo siderale deve esserlo (vedi il Capitolo 12)[36].
[…]

Trasformazione da coordinate eclittiche ad equatoriali:

$$\tan\alpha = \frac{\sin\lambda \cdot \cos\varepsilon - \tan\beta \cdot \sin\varepsilon}{\cos\lambda} \tag{13.3}$$

$$\sin\delta = \sin\beta \cdot \cos\varepsilon + \cos\beta \cdot \sin\varepsilon \cdot \sin\lambda \tag{13.4}$$

Calcolo delle coordinate orizzontali locali:

---

32 Noi preferiamo usare però la formula (22.3). (*N.d.T.*)

33 Invertendo il punto di vista, se usiamo l'obliquità vera, cioè comprensiva della nutazione (come nel nostro esempio finale), allora otterremo l'ascensione retta e la declinazione apparenti (vedi anche la nota 36). (*N.d.T.*)

34 Che Meeus chiama L (vedi anche la nota 8). (*N.d.T.*)

35 Al contrario di quanto fa Meeus (che in una nota del libro polemizza con l'Unione Astronomica Internazionale…). (*N.d.T.*)

36 Invertendo il punto di vista, se nel tempo siderale si considera la nutazione (come nel nostro esempio finale), allora anche l'ascensione retta ne sarà affetta (vedi anche la nota 33). (*N.d.T.*)

$$\tan A = \frac{\sin H}{\cos H \cdot \sin\varphi - \tan\delta \cdot \cos\varphi} \tag{13.5}$$

$$\sin h = \sin\varphi \cdot \sin\delta + \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \cos H \tag{13.6}$$

Se si vuole misurare l'azimut da nord anziché da sud, si aggiungano 180° al valore di A scaturito dalla formula (13.5).

[…]

Le formule (13.1), (13.3) ecc. forniscono $\tan\lambda$, $\tan\alpha$ ecc. e quindi λ, α ecc. tramite la funzione arcotangente. Tuttavia l'esatto quadrante in cui si trovi l'angolo rimane sconosciuto[37]. Per rimuovere l'ambiguità di 180°, si applichi la funzione ATN2 al numeratore e al denominatore della funzione (invece di effettuare la divisione), oppure si usi un altro trucco[38].

[…]

Si noti che la formula (13.6) non tiene in considerazione l'effetto della rifrazione atmosferica, né quello della parallasse […]. Per la rifrazione atmosferica, si veda il Capitolo 16. La correzione per la parallasse viene trattata nel Capitolo 40.

[…]

(Dal Cap. 13 – *Transformation of Coordinates* – dove si calcolano **α**, **δ**, **H**, **A** e **h**)

[37] Ad esempio $\arctan(-3.65)$ darebbe solo $-74.68°$, ignorando il valore, altrettanto lecito e possibile, di $+105.32°$. (*N.d.T.*)

[38] Il "trucco" al quale si riferisce Meeus è questo: se l'argomento della funzione è il quoziente di una frazione (come nelle formule citate), se ne calcoli la normale arcotangente, poi, se il valore del denominatore è di segno negativo (oppure se i valori del numeratore e del quoziente sono di segno diverso), si scelga l'angolo opposto, cioè si sommino o sottraggano 180° all'angolo calcolato. (*N.d.T.*)

(Dal Cap. 16 – *Atmospheric Refraction* – dove si calcola **R**)

Capitolo 16
Rifrazione Atmosferica

La rifrazione atmosferica è la curvatura che la luce subisce nell'attraversare l'atmosfera terrestre. Quando un raggio di luce penetra nell'atmosfera incontra strati d'aria di densità crescente, venendone continuamente deviato. Come risultato una stella (o il bordo del Sole ecc.) apparirà più alta nel cielo rispetto alla sua reale posizione. La rifrazione atmosferica, che è nulla allo zenit, aumenta avvicinandosi all'orizzonte. Ad un'altezza di 45° la rifrazione vale circa un minuto d'arco; all'orizzonte raggiunge circa 35'. […]

Per molti scopi è sufficiente considerare condizioni meteorologiche "medie"[39]. In ogni caso non bisognerebbe mai dimenticare che è impossibile raggiungere un'esattezza rigorosa ad altezze ridotte, come ci ricorda l'anomala rifrazione a ridosso dell'orizzonte esemplificata dalle distorsioni del disco solare al tramonto.

[…]

Per il problema […] del calcolo degli effetti della rifrazione sull'altezza *reale h*, quando questa è nota, Sæmundsson, dell'Università d'Islanda, ha proposto la seguente formula[40] [3]:

$$R = \frac{1.02}{\tan\left(h + \dfrac{10.3}{h + 5.11}\right)} \tag{16.4}$$

Tale formula […] non dà esattamente $R = 0$ per $h = 90°$. A ciò si può rimediare aggiungendo $+0.0019279$ al secondo membro.

[…]

Per altezze di pochi gradi i risultati delle formule andrebbero presi con cautela. Vicino all'orizzonte i disturbi imprevedibili dell'atmosfera cominciano a diventare piuttosto consistenti. Secondo analisi di Schaefer e Liller [5] la rifrazione all'orizzonte oscilla generalmente di 0.3° attorno ad un valore medio, ed a volte anche di più. Ricordando quanto scritto nel Capitolo sull'accuratezza[41], andrebbe qui ricordato che fornire gl'istanti della levata o del tramonto di un astro con un'accuratezza oltre il minuto non ha alcun senso.

(Dal Cap. 16 – *Atmospheric Refraction* – dove si calcola **R**)

[39] L'autore si riferisce alla pressione atmosferica, considerandola di 1010 mbar, ed alla temperatura dell'aria, considerandola di 10 °C. (*N.d.T.*)

[40] È opportuno specificare qui (anche se l'autore non lo chiarisce, avendolo accennato altrove) che nella formula l'altezza calcolata *h* va espressa in *gradi* e che la correzione *R* esce espressa in *primi* d'arco. (*N.d.T.*)

[41] L'autore si riferisce al Capitolo 2, in cui metteva in guardia contro l'esagerata ricerca di elevate precisioni, quando queste sono ingiustificate o perché i dati di partenza o le formule non sono rigorosi e quindi già da subito pregiudicano i risultati consigliando prudenza, o perché il problema specifico non lo richiede affatto. (*N.d.T.*)

(Dal Cap. 40 – *Correction for Parallax* – dove si calcola **p**)

Capitolo 40
Correzione per la Parallasse

[…]

La parallasse nelle coordinate orizzontali

La parallasse in azimut è sempre molto piccola. […]

A causa della parallasse l'altezza apparente di un corpo celeste è minore di quella "geocentrica" h. Se non è richiesta una grande accuratezza, la parallasse p in altezza si può calcolare da $\sin p = \rho \cdot \sin \pi \cdot \cos h$ [42].

Tranne che nel caso della Luna, la parallasse è così piccola che possiamo considerare p e π proporzionali ai loro seni, assumendo perciò $p = \rho \cdot \pi \cdot \cos h$.

La grandezza ρ indica la distanza dell'osservatore dal centro della Terra, considerando come unità il raggio equatoriale […]. Nella maggior parte dei casi possiamo tranquillamente considerare $\rho = 1$ [43].

[…]

(Dal Cap. 40 – *Correction for Parallax* – dove si calcola **p**)

[42] Meeus spiega all'inizio del capitolo che $\sin \pi = \dfrac{\sin 8.794''}{\Delta}$, dove Δ è la distanza dell'astro espressa in UA. Nel rapporto Terra-Sole, che noi trattiamo qui, perciò (essendo $\Delta = 1$) si può scrivere $\sin \pi = \sin 8.794''$, essendo quindi $\pi = 8.794''$. Si noti che tale angolo non è altro che quello sotto il quale (mediamente) si vedrebbe il raggio terrestre dal Sole. (*N.d.T.*)

[43] In definitiva la formula per calcolare la correzione per la parallasse del Sole diventa $p = \arcsin\left(\sin 8.794'' \cdot \cos h\right)$, assimilabile (vista l'esiguità dell'angolo) a $p = 8.794'' \cdot \cos h$. Così, se ad esempio l'altezza calcolata del Sole fosse $h = 35.235678°$, otterremmo con la formula rigorosa $p = \arcsin\left(0.000034823\right) = 0.001995226° = 7.183''$ e con quella semplificata $p = 8.794'' \cdot 0.816785796 = 7.183''$, uguali. In ogni caso il valore, sempre *assoluto*, di p va *sottratto*, lo ricordo, dall'altezza calcolata h, correggendola, in quest'esempio, in $h = 35.233683°$. (*N.d.T.*)

Esempio completo di calcolo

Prima di illustrare con un esempio l'applicazione delle formule fin qui esposte, vorrei sottolineare che sebbene il nostro obiettivo primario sia la massima precisione nei risultati che perseguiamo (ed il piacere stesso del calcolo!), ciò non significa, come ricorda Meeus nel Capitolo 2 (e come del resto suggerirebbe a chiunque il buon senso…), dover a tutti i costi sfoggiare un esagerato numero di decimali nei risultati, specie se le formule di calcolo o i dati di partenza sono approssimativi, o se il problema nello specifico non lo richiede. D'altro canto è bene sì ricercare i dati più accurati su cui basarsi, impostare i più meticolosi algoritmi di calcolo e sfruttare al massimo la precisione del computer e del linguaggio di programmazione *durante* i calcoli (ad esempio, usando variabili a doppia precisione[44]), per mantenere minimi gli arrotondamenti o le inevitabili approssimazioni che i valori subiscono *attraverso* i vari passaggi, ma poi, *completate* le manipolazioni dei numeri, al momento di *presentare* i risultati, occorre attenersi al criterio della minima precisione richiesta, evitando ridicole esagerazioni (ad esempio, che senso ha calcolare un evento come il tramonto di un astro dichiarandone l'istante al centesimo di secondo oppure calcolare la distanza del Sole o della Luna al millimetro?…).
Ciò premesso, calcoliamo la posizione[45] che aveva il Sole il **9 gennaio 1963** alle **11:15** ora italiana nel cielo di Ascoli Piceno (**42°50'58.9" N; 13°34'28.8" E**[46]).

1) Le 11:15 italiane corrispondono alle 10:15 TU, cioè a 10.25 ore trascorse dalla mezzanotte, pari a 10.25 ventiquattresimi di giorno: perciò la parte frazionaria da aggiungere al numero del giorno è 0.427083[47]. Quindi ponendo $Y = 1963, M = 1, D = 9.427083$ calcoliamo con la (7.1) $\mathrm{JD} = 2438038.927083$.
2) Dovendo esprimere in TD l'istante di riferimento (JDE) nelle formule che lo richiedono, ricaviamo dalla Tab. 10.A che all'inizio del 1963 ΔT valeva $+34.5^{s}$, cioè $+0.000399^{d}$, perciò correggiamo JD in $\mathrm{JDE} = 2438038.927483$ [48].
3) Dal Capitolo 22 calcoliamo innanzitutto $T = -0.369776112729$ (con la 22.1), quindi gli angoli $D = +168.708489°$, $M = +5.938802°$, $M' = +78.221983°$, $F = +336.707698°$ e $\Omega = +120.242191°$, con cui, tramite i termini della Tab. 22.A, calcoliamo poi le nutazioni in longitudine $\Delta\psi = -14.107''$ ed in obliquità $\Delta\varepsilon = -5.142''$. Calcoliamo infine, con la (22.3), l'obliquità media dell'eclittica, $\varepsilon_0 = 23.4440991° \left(23°26'38.76''\right)$, corretta poi in obliquità vera, $\varepsilon = 23.4426707° \left(23°26'33.61''\right)$.
4) Con la (32.1) calcoliamo prima $\tau = -0.036977611273$ (che equivale a $T/10$), quindi, dai dati della Terra ricavati dalle liste della VSOP87 *completa*, e secondo la funzione esemplificata dalla (32.2), calcoliamo $L = +108.440421°$, $B = +0.000022°$ ed $R = 0.98333823$ UA.

---

[44] Anche se le variabili a virgola mobile in doppia precisione garantiscono, come dice il nome, una grande accuratezza (in ogni caso maggiore di quella offerta dalle variabili a singola precisione) unita ad un'eccellente velocità d'impiego, anche queste possono mostrare qualche approssimazione quando il numero di decimali si allunga molto (basandosi l'aritmetica dei processori sul sistema binario anziché decimale): ad esempio, un valore definito come 0.2 verrebbe in realtà memorizzato internamente come 0.20000000000000001, occorrendo perciò tenerne conto in casi particolarmente delicati.

[45] Si noti che gli angoli che risultano dai calcoli sono in genere mantenuti nell'ambito $0° - 360°$, per una mera scelta di programmazione: così, ad esempio, non si consideri errato o anomalo esprimere una latitudine eclittica come $\beta = +359.999971596192°$, che equivarrebbe a $\beta = -2.84038078796634° \cdot 10^{-5}$, oppure una declinazione come $\delta = +337.825641780929°$, che equivarrebbe a $\delta = -22.174358219071°$. La scelta è motivata dal fatto che tali angoli servono come argomento di funzioni per calcolare altri angoli, essendo perciò consigliabile non sottoporli a inutili conversioni (del resto $\sin -10° = \sin 350°$).

[46] Il punto geografico viene indicato con una precisione del decimo d'arcosecondo, qualcosa come tre o quattro passi sul terreno. Come detto altrove è senza senso una precisione maggiore, essendolo forse già anche questa…

[47] Pur partendo da un orario espresso al minuto, per il quale quattro decimali di giorno sarebbero sufficienti a specificarlo, occorre aumentarne la definizione a cinque o sei decimali, per garantire la precisione al secondo o al decimo, coerentemente con la successiva applicazione di ΔT per correggere il TU in TD.

[48] Naturalmente si sarebbe potuta applicare la correzione ΔT al giorno già prima di calcolare la (7.1), usando $D = 9.427483$, ottenendo alla fine lo stesso valore di JDE.

5) Dal Capitolo 25 apprendiamo come convertire in geocentriche le coordinate eliocentriche L e B, ottenendo $\odot = +288.440421°$ e $\beta = -0.000022°$. Per convertire le coordinate al sistema FK5, troviamo dapprima $\lambda' = +288.956956°$, quindi, con le (25.9), $\Delta\odot = -0.09033'' = -0.000025°$ (sempre tale) e $\Delta\beta = +0.0000138°$, da cui $\odot = +288.440396°$ e $\beta = -0.000008°$. Per trovare la longitudine apparente λ dobbiamo aggiungere le correzioni per la nutazione ($\Delta\psi$) e per l'aberrazione: per calcolare quest'ultima calcoliamo prima $\Delta\lambda$ con la formula in fondo al Capitolo, trovando $\Delta\lambda = +3667.272''$, quindi, con la (25.11), la correzione totale per l'aberrazione, che vale $-0.005785°$, da cui $\lambda = +288.430692°$.
6) Con la (12.4) calcoliamo θ_0, il tempo siderale medio a Greenwich: $\theta_0 = 261.9853574°$, da correggere in apparente sommandogli $\Delta\psi \cdot \cos\varepsilon$, ottenendo quindi $\theta_0 = 261.9817622°$ (o $17^h 27^m 55.621^s$).
7) Dal Capitolo 13, convertiamo le coordinate eclittiche del Sole in coordinate equatoriali con le (13.3) e (13.4), trovando, rispettivamente, $\alpha = 289.962668°$ (o $19^h 19^m 51.042^s$) e $\delta = -22.174294°$ $(-22°10'27.46'')$, e finalmente, dopo aver calcolato[49] l'angolo orario $H = 345.593764°$ (o $23^h 02^m 22.506^s$), convertiamo[50] le coordinate equatoriali in coordinate orizzontali locali con le formule (13.5) e (13.6), trovando l'azimut $\boldsymbol{A = -14.565567° (-14°33'56.04'')}$ e l'altezza $h = +23.633893°$.
8) Come tocco finale, però, non possiamo trascurare gli effetti sull'*altezza* causati dalla *rifrazione* (che l'aumenta) e della *parallasse* (che la riduce). Calcoliamo perciò $R = +0.038197°$ con la (16.4) compresa di correzione, e $p = -0.002238°$ con una delle formule del Capitolo 40, ritoccando finalmente l'altezza *calcolata* in quella *apparente* $\boldsymbol{h = +23.669851° (+23°40'11.46'')}$.

[49] Usando la longitudine 13.57467°, espressa con 5 decimali per definirla al decimo d'arcosecondo.
[50] Con la latitudine 42.84969°, anch'essa al quinto decimale.

Bibliografia

Meeus, Jean. *Astronomical algorithms*. 2ª ed. Richmond (Va., USA), Willmann-Bell, 1998. IV, 478 p. ISBN 0-943396-61-1.

Almanacco Astronomico 2001. De Meis, Salvo; Meeus, Jean. N. 4. Milano, Nuovo Orione-Hoepli, 2000.

AstronomiA, Almanacco 2000. Unione Astrofili Italiani. Padova, 1999. ISSN 0392-2308.

ASTRONOMIA, ALLA SCOPERTA DEL CIELO. A cura di Piero Tempesti. Roma, Curcio, 1983. 2304 p., 6 vol.

S